

Статья поступила в редакцию: 09.09.2026

Статья принята к публикации: 20.09.2026

Статья опубликована: 28.09.2026

УДК 621.771+519.6

DOI: 10.32743/UniTech.2026.150.9.23440

Математическое моделирование кинематики формообразования металла в винтовых калибрах шаропрокатного стана

Каримов Камалхан Аббасович
проф.

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: rus-0373@mail.ru

Шахобутдинов Рустам Эркинбаевич
доц., PhD

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: rus-0373@mail.ru

Каримова Аноргул Рузимовна
доц. (PhD)

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: kanorgul@gmail.com

Носиров Тулкинжан Нарзулла угли
зам. начальника шаропрокатного отделения АО Узметкомбинат
Республика Узбекистан, г. Бекабад
E-mail: t.nosirov@uzbeksteel.uz

Хужамов Акмал
ст. преп

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: xojatovakmal46@gmail.com

Хуррамов Достонжон Хусан угли
ст. преп

Ташкентский государственный технический университет имени Ислама Каримова
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: rus-0373@mail.ru

Библиографическое описание: Математическое моделирование кинематики формообразования металла в винтовых калибрах шаропрокатного стана // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. Каримов К.А. [и др.]. 2026. 9(150). URL: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/23440>

Mathematical modeling of the kinematics of metal forming in the screw calibers of a ball rolling mill

Karimov Kamolkhon Abbasovich
professor

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov
Uzbekistan, Tashkent

Shakhobutdinov Rustam Erkinbayevich
Associate Professor

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov
Uzbekistan, Tashkent

Karimova Anorgul Ruzimovna
Associate Professor

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov
Uzbekistan, Tashkent

Nosiriv Tulkinjon Narzulla ugli

Deputy Head of the Ball Rolling Department Uzmekombinat JSC
Uzbekistan, Bekabad

Khudjamov Akmal
senior Lecturer

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov
Uzbekistan, Tashkent

Khurramov Dostonjon Khusan ugli
senior Lecturer

Tashkent State Technical University named after Islam Karimov
Uzbekistan, Tashkent

Аннотация

В данной статье представлена математическая модель кинематики процесса формообразования металла при поперечно-винтовой прокатке. Модель основана на совместном описании геометрии винтовых калибров через функции переменного шага нарезки $T(x)$ и радиуса вала $R_b(x)$. Разработаны системы дифференциальных уравнений первого порядка в матричной форме Коши для шести фазовых координат (перемещений, скоростей и ускорений заготовки по осевой, тангенциальной и радиальной составляющим) а также получены непрерывные функции распределения высоты, ширины, площади поперечного сечения и продольной скорости течения металла по всей длине очага деформации. Приведен алгоритм численного интегрирования системы методом Рунге-Кутты 4-го порядка в среде MathCAD с заданием начальных условий на входе заготовки в валки. Адекватность и математическая корректность модели верифицированы с помощью расчета закона постоянства секундного объема металла $V_{сек} = const$, где среднее отклонение не превышает 3–5 %.

В ходе анализа установлены параболический характер высотного обжатия и затухающий характер бокового уширения, а также определена точка критического сечения, отражающая трансформацию геометрии заготовки из цилиндрической в шаровидную. Рассчитанная эпюра продольных скоростей наглядно иллюстрирует монотонное замедление течения металла, определяющее положительный коэффициент и подтверждающее устойчивость кинематического режима прокатки.

Abstract

This article presents a mathematical model of the kinematics of the metal forming process during transverse helical rolling. The model is based on a combined description of the geometry of helical calibers using functions of the variable pitch $T(x)$ and the roll radius $R_b(x)$. Systems of first-order differential equations in Cauchy matrix form have been developed for six phase coordinates (displacements, velocities, and accelerations of the workpiece along the axial, tangential, and radial components) and continuous distribution functions for the height, width, cross-sectional area, and longitudinal flow velocity of the rolled material have been obtained along the entire length of the deformation zone. An algorithm for the numerical integration of the system using the 4th-order Runge-Kutta method in MathCAD is presented, with initial conditions specified at the workpiece's entry into the rolls. The adequacy and mathematical correctness of the model were verified by calculating the law of conservation of the instantaneous volume of metal, where the average deviation does not exceed 3–5 %.

The calculations revealed a parabolic nature of the vertical compression and a damped lateral expansion, as well as the determination of the critical section point, reflecting the transformation of the shape from circular to spherical. The calculated short-speed diagram illustrates a monotonic deceleration of the flow, determining a positive coefficient and confirming the stability of the kinematic rolling regime.

Ключевые слова: шаропрокатный стан, прокатные валки, винтовая линия, реборда, ось прокатки, математическая модель, кинематика, MathCAD 15.

Keywords: ball rolling mill, rolling rolls, screw line, flange, rolling axis, mathematical model, kinematics, MathCAD 15.

Введение

Винтовая прокатка стальных помольных шаров (поперечно-винтовая прокатка) – это высокопроизводительный процесс деформации, при котором круглая заготовка, постепенно меняя форму, превращается в цепочку шаров под действием двух вращающихся в одном направлении валков с непрерывной винтовой нарезкой (винтовыми калибрами). Шаропрокатные валки устанавливаются под небольшим углом друг к другу и к оси прокатки, что обеспечивает заготовке не только вращательное, но и поступательное движение.

Кинематика привода шаропрокатного стана построена по принципу передачи крутящего момента от одного центрального электродвигателя к двум рабочим шаропрокатным валкам. Схема обеспечивает их синхронное вращение в одном направлении, что необходимо для реализации процесса поперечно-винтовой прокатки стальных помольных шаров.

Процесс поперечно-винтовой прокатки помольных шаров характеризуется сложным вращательно-поступательным движением деформируемой заготовки при непрерывном изменении её формы, размеров и кинематических параметров в очаге деформации [6, 1]. Для полного теоретического описания кинематики формообразования разработана

математическая модель, выраженная системой дифференциальных уравнений, связывающая геометрические характеристики винтового инструмента и кинематические параметры течения металла.

Материалы и методы

Поверхность винтового калибра в цилиндрической системе координат описывается переменным радиусом валка по вершине реборды и переменным шагом винтовой линии вдоль оси прокатки [5]. Длина очага деформации включает зоны захвата, интенсивного формообразования и калибровки (рис. 1).

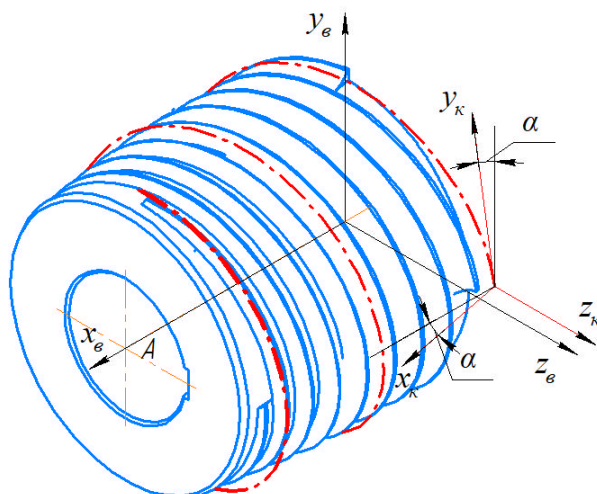


Рисунок 1. Схема для определения проекций векторов скоростей заготовки

При параллельной или скрещенной установке валков с межцентровым расстоянием A текущий радиус валка $R_v(x)$ и текущий радиус шейки (перемычки) заготовки $r_n(x)$ связаны соотношением:

$$R_v(x) = \frac{A}{2} - r_n(x) \quad (1)$$

Для непрерывного дифференцирования геометрии в среде численного интегрирования профили валка $R_v(x)$, шейки заготовки $r_n(x)$ и шага калибра $T_k(x)$ задаются в виде кубических сплайнов или полиномиальных функций вида:

$$T_v(x) = T_{v0} - A_t \cdot x^2 + B_t \cdot x^3 \quad (2)$$

$$r_n(x) = r_{n0} - \left(\frac{r_{n0} - r_{\min}}{l_d^2} \right)^2 \quad (3)$$

где T_{k0} – начальный шаг винтовой линии в зоне захвата; r_{n0} – начальный радиус цилиндрической заготовки; $r_{\min}$ – радиус перемычки в зоне отделения шара; A_t , B_t – коэффициенты аппроксимации геометрии калибра.

Вектор полной скорости движения точек поверхности металлической заготовки в любой момент времени раскладывается на три основные компоненты [4]:

1. Осевая (поступательная) скорость (v_x): задает скорость продвижения заготовки вдоль оси стана с учетом шага калибра $T_k(x)$ и коэффициента осевого скольжения η_x :

$$v_x = \frac{\omega_B}{2\pi} \cdot T_k(x) \cdot \eta_x \quad (4)$$

где ω_B – угловая скорость вращения валков.

2. Тангенциальная (окружная) скорость v_τ : определяет угловую скорость вращения заготовки $\omega_{заг}$ с учетом тангенциального коэффициента скольжения η_τ :

$$v_\tau = \omega_{заг} \cdot r_{заг}(x) = \omega_B \cdot R_B(x) \cdot \eta_\tau \Rightarrow \omega_{заг} = \omega_B \cdot \frac{R_B(x)}{r_{заг}(x)} \cdot \eta_\tau \quad (5)$$

3. Радиальная скорость v_r : характеризует скорость обжатия металла внедряющимися ребрами валков:

$$v_r = \frac{dr_{заг}}{dt} = \frac{dr_{заг}}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dr_{заг}}{dx} \cdot v_x \quad (6)$$

Дифференцированием выражений скоростей по времени получены уравнения ускорений заготовки в очаге деформации:

Осевое ускорение:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\omega_B \cdot \eta_x}{2\pi} \cdot \frac{dT_k(x)}{dx} \cdot v_x \quad (7)$$

Угловое ускорение (с учётом правила дифференцирования сложной функции):

$$\epsilon_{заг} = \frac{d\omega_{заг}}{dt} = \omega_B \cdot \eta_\tau \cdot \left[\frac{1}{r_{заг}(x)} \cdot \frac{dR_B}{dx} \cdot v_x - \frac{R_B(x)}{r_{заг}(x)^2} \cdot v_r \right] \quad (8)$$

Радиальное ускорение:

$$a_r = \frac{dv_r}{dt} = \frac{d^2 r_{заг}(x)}{dx^2} \cdot v_x^2 + \frac{dr_{заг}(x)}{dx} \cdot a_x \quad (9)$$

Матричная форма системы дифференциальных уравнений (Форма Коши) Для численного решения кинематической задачи методом Рунге-Кутты 4-го порядка сформирован вектор фазовых координат, состоящий из осевого перемещения S_x , угла поворота $\varphi_{заг}$, текущего радиуса $r_{заг}$, а также их первых производных (скоростей) v_x , $\omega_{заг}$, v_r .

$$\left\{ \begin{array}{l} \& \frac{d^2 S_x}{dx^2} = \frac{\omega_B \cdot \eta_x}{2\pi} \cdot \frac{dT_k(S_x)}{dx} \cdot \frac{dS_x}{dt} \\ \& \frac{d^2 \varphi_{заг}}{dt^2} = \omega_B \cdot \eta_\tau \cdot \left(\frac{1}{r_{заг}} \cdot \frac{dR_B(S_x)}{dx} \cdot \frac{dS_x}{dt} - \frac{R_B(S_x)}{r_{заг}^2} \cdot \frac{dr_{заг}}{dt} \right) \\ \& \frac{d^2 r_{заг}}{dt^2} = \frac{d^2 r_{заг}(S_x)}{dx^2} \cdot \left(\frac{dS_x}{dt} \right)^2 + \frac{dr_{заг}(S_x)}{dx} \cdot \left(\frac{\omega_B \cdot \eta_x}{2\pi} \cdot \frac{dT_k(S_x)}{dx} \cdot \frac{dS_x}{dt} \right) \end{array} \right. \quad (10)$$

Результаты

Интегрирование системы дифференциальных уравнений (10) позволяет получить массивы кинематических параметров $S_x(t)$, $\varphi_{\text{заг}}(t)$, $r_{\text{заг}}(t)$, $v_x(t)$, $\omega_{\text{заг}}(t)$, $v_r(t)$, на основе которых построены основные расчетные графики формообразования.

Для оценки интенсивности формообразования заготовки и проверки соответствия заданной геометрии винтового инструмента технологическим ограничениям по результатам численного интегрирования системы дифференциальных уравнений построен график изменения текущего радиуса шейки (перемычки) заготовки вдоль оси прокатки (рис. 2).

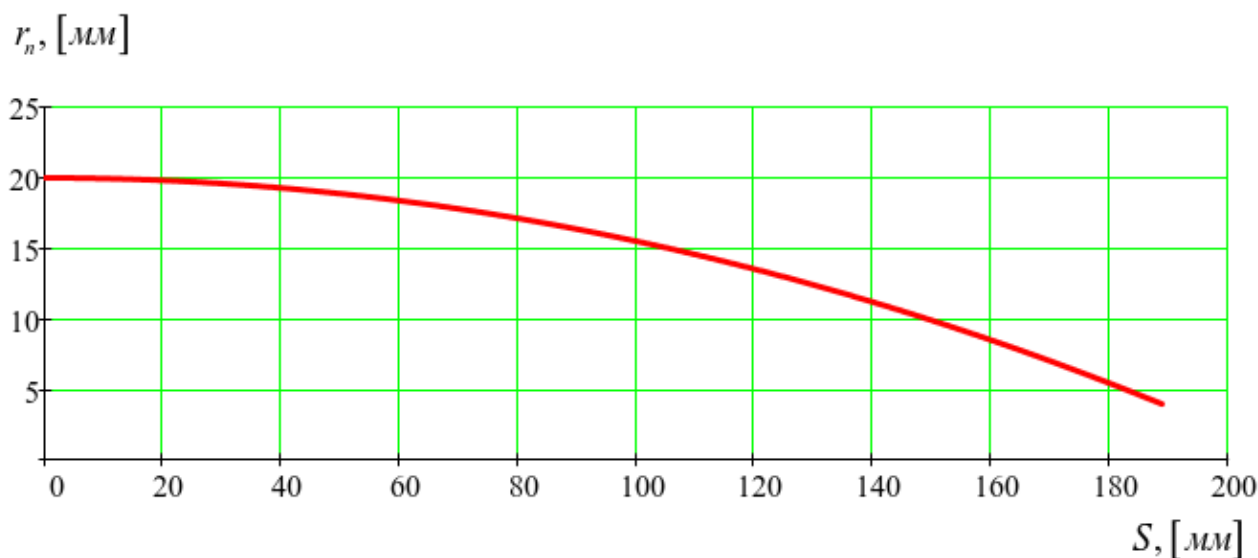


Рисунок 2. Изменение радиуса перемычки заготовки по длине очага деформации S

Полученная кривая $r_n = f(S_x)$ иллюстрирует непрерывный характер радиусной деформации заготовки при её движении сквозь очаг деформации длиной $l_d = 200 \text{ мм}$.

Кинематика вращательного движения металла и интенсивность скручивания заготовки в процессе винтовой перекалки исследованы на основе зависимости угловой скорости заготовки $\omega_{\text{заг}}$ от её осевого перемещения S_x (рис. 3).

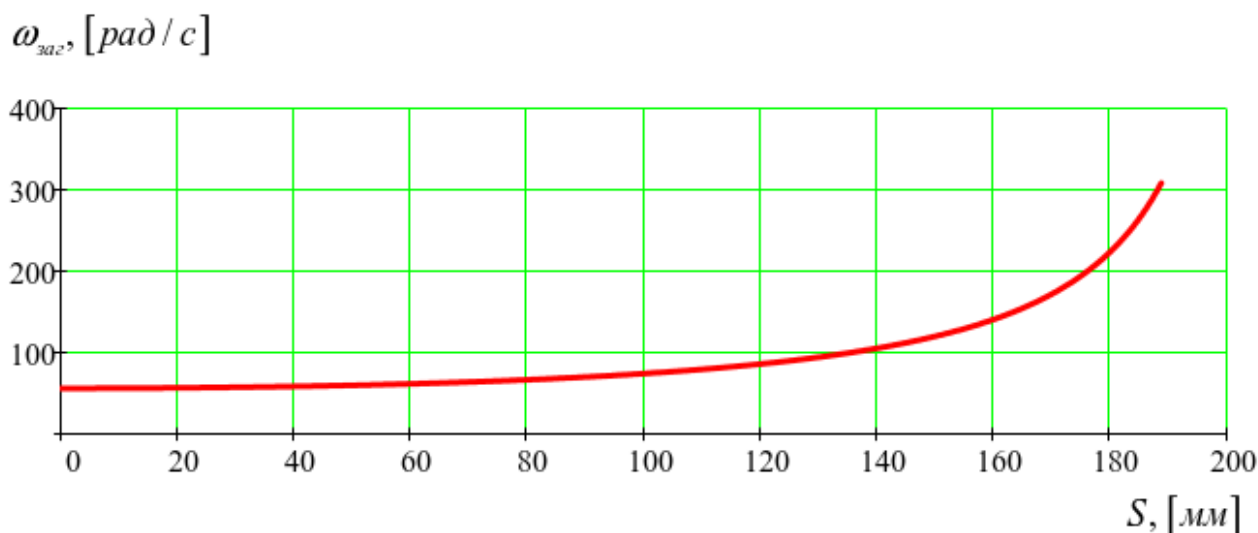


Рисунок 3. Зависимость угловой скорости вращения заготовки от осевого перемещения

Анализ зависимости $\omega_{\text{заг}} = f(S_x)$ показывает нелинейный гиперболический характер роста угловой скорости заготовки по мере её продвижения вглубь очага деформации.

Закономерности поступательного перемещения металла вдоль оси прокатки и динамика его вытяжки оценены по полученному графику изменения осевой скорости заготовки v_x от координаты очага деформации S_x (рис. 4).

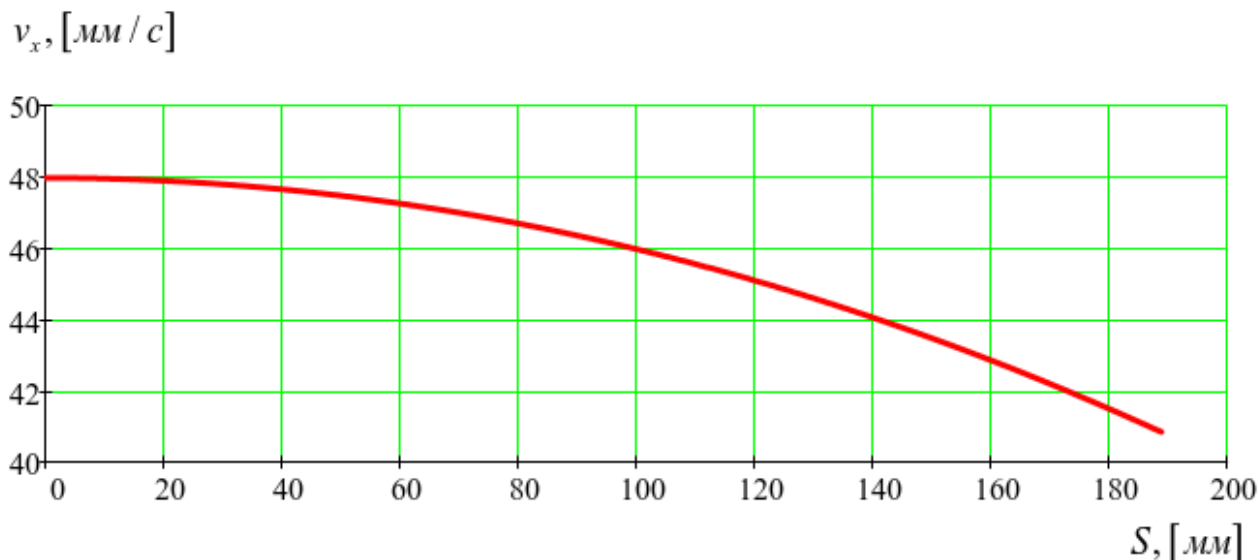


Рисунок 4. Изменение осевой скорости движения заготовки вдоль оси прокатки S

Характер кривой $v_x = f(S_x)$ отражает монотонное замедление осевого продвижения заготовки по длине бочки вала.

Снижение осевой скорости задается законом профилирования винтовой линии вала $T_k(x)$, шаг которой сужается к зоне калибровки до диаметра готового изделия $2R_{\text{ш}}$. Такое замедление создает в очаге деформации эффект осевого подпора: идущие сзади слои металла с большей скоростью протяжки уплотняют металл в зоне интенсивного обжатия.

Выводы

1. Разработана аналитическая модель геометрии и кинематики, описывающая вращательно-поступательное движение заготовки в очаге деформации винтового калибра. Модель учитывает непрерывное изменение профиля шейки шара $r_{\text{заг}}(x)$, шага винтовой линии $T_k(x)$ и коэффициентов скольжения металла η_x, η_r .

2. Сформирована система дифференциальных уравнений в матричной форме, пригодная для реализации в современных пакетах компьютерного моделирования (MathCAD). Представление уравнений в форме Коши позволяет рассчитывать полные кинематические поля (траектории, осевые v_x , угловые $\omega_{\text{заг}}$ и радиальные v_r скорости, а также соответствующие ускорения заготовки) на любом этапе формообразования.

Список литературы

1. Аносов А.С., Голубчик Э.М. Прокатка помольных шаров в винтовых калибрах: теория и практика. С. 95–103. – Магнитогорск: Изд-во МГТУ им. Г.И. Носова, 2012. – 185 с.

2. Выдрин В.Н., Черных И.Н. Динамика и кинематика процессов поперечно-винтовой прокатки. С. 70–120. – Челябинск: ЮУрГУ, 2005. – 160 с.
3. Котенок В.И., Подобедов С.И. Создание эффективных калибровок валков шаропрокатных станов и расширение сортамента шаров на действующих и новых станках // Труды III конгресса прокатчиков, Липецк, 19–22 окт. – 2000. – С. 438–441.
4. Романенко В.П., Степанов А.И. Моделирование формоизменения металла в очаге деформации шаропрокатного стана // Обработка материалов давлением. – 2015. – № 2.
5. Филатов А.А. Кинематика течения металла при винтовой прокатке заготовок постоянного и переменного сечения // Известия вузов. Черная металлургия. – 2018. – Т. 61, № 4.
6. Целиков А.И., Барбар В.И., Василев Я.Д. Специальные станы для поперечно-винтовой прокатки. С. 185–210. – М.: Металлургия, 1971. – 248 с.
7. Целиков А.И., Барбарич М.В., Васильчиков М.В., Грановский С.П., Жукевич-Стоша Е.А. Специальные прокатные станы // М.: Металлургия. – 1971.
8. Granovski S.P. New Technologies and Mills for Rolling of Products in Screw Calibers. Moscow: Metallurgiya. – P. 62–87. – 1980.
9. Shakhobutdinov R.E., Karimova A.R. & Nosirov T.N. Tasks of mastering the production of import-substituting steel grinding balls products. Science and Innovative Development, – P. 36–44. – 2024.
10. Tofil, A. Overview of the research on roll forging process / A. Tofil, Z. Pater // Advances in Science and Technology Research Journal. – 2017. – Т. 11, № 2. – P. 72–86.
11. Tofil, A. Overview of the research on roll forging process / A. Tofil, Z. Pater // Advances in Science and Technology Research Journal. – 2017. – Т. 11, № 2. – P. 72–86.

References

1. Anosov A.S., Golubchik E.M. [Rolling of grinding balls in screw calibers: theory and practice]. Magnitogorsk, Publishing House of Nosov Magnitogorsk State Technical University, 2012. 185 P. (In Russ.)
2. Vydrin V.N., Chernykh I.N. [Dynamics and kinematics of cross-screw rolling processes]. Chelyabinsk, South Ural State University, 2005. 160 P. (In Russ.)
3. Kotenok V.I., Podobedov S.I. [Creation of effective roll calibrations for ball rolling mills and expansion of ball assortment on existing and new machines]. Trudy III kongressa prokatchikov, Lipetsk, October 19–22, 1999. Moscow, JSC «Chermetinformatsiya», 2000, P. 438–441. (In Russ.)
4. Romanenko V.P., Stepanov A.I. [Modeling of metal deformation in the deformation zone of a ball rolling mill]. Obrabotka materialov davleniem, 2015, no. 2, P. 112–119. (In Russ.)
5. Filatov A.A. [Kinematics of metal flow during screw rolling of billets of constant and variable cross-section]. Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya, 2018, vol. 61, no. 4, P. 295–302. (In Russ.)
6. Tselikov A.I., Barbar V.I., Vasilev Ya.D. [Special mills for cross-screw rolling]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1971. 248 P. (In Russ.)

7. Tselikov A.I., Barbarich M.V., Vasilchikov M.V., Granovsky S.P., Zhukevich-Stosha E.A. [Special rolling mills]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1971. 336 P. (In Russ.)
8. Granovski S.P. New Technologies and Mills for Rolling of Products in Screw Calibers. Moscow, Metallurgiya. – 1980. – 87 P.
9. Import-substituting steel grinding balls products. Science and Innovative Development, 2024, P. 36–44. (In Russ.)
10. Tofil A., Pater Z. Overview of the research on roll forging process // Advances in Science and Technology Research Journal, June. – 2017. – P. 72–86.
11. Tofil A., Pater Z. Overview of the research on roll forging process // Advances in Science and Technology Research Journal, June. – 2017. – P. 72–86.